

Nombre: Matrícula: Carrera:
e-mail:.....

Nota Ej. 1	Nota Ej. 2	Nota Ej. 3

Nota Final

Observaciones: - Resolver cada ejercicio en una hora por separado.
- Para aprobar el parcial se debe tener nota **NO** inferior a 4 en por lo menos dos ejercicios.

1) Sea la siguiente integral:

$$\int_1^2 \ln(x^2) dx$$

- a) Calcule la integral utilizando el método de Simpson 1/3 con 2 subintervalos.
- b) Halle la cantidad de subintervalos que asegure un error menor a 2×10^{-5} para Simpsons 1/3 (Si no puede hallarlo, reduzca el tamaño del intervalo hasta cumplir con una tolerancia menor a 10^{-4}).
- c) Realice el método de Romberg hasta obtener el resultado que se corresponde con la integral que calcularía en el inciso anterior.
- d) Complete el método de Romberg hasta que no pueda mejorar el resultado sin agregar nuevos puntos.
- e) Explique en que consiste la integración adaptativa.

2) Un modelo para la difusión de una enfermedad en una población (un modelo epidemiológico) está dado por el sistema:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -aSI \\ \frac{dI(t)}{dt} = aSI - bI \end{cases}$$

donde a y b son constantes positivas.

En este caso, $S(t)$ representa la población susceptible e $I(t)$ a la población infectada después de t días. La constante a es una medida de la rapidez de transmisión de la enfermedad de una persona infectada a la población susceptible. La constante b representa la razón con la que sana la población infectada, es decir, sale de la población infectada (y con ello se supone que queda inmune).

- a) Suponga que para cierta enfermedad se determina que $a = 0,003$ y $b = 0,5$. Las condiciones iniciales son: una persona está infectada y 700 personas son susceptibles. Aplicar 2 iteraciones del método de Euler para estimar la cantidad de personas infectadas a los 10 días.
- b) Considerando a Euler como un método de Runge-Kutta, ¿a qué orden corresponde y por qué?

Nombre:

c) Estimar la cantidad de infectados a los 10 días empleando el método de Runge-Kutta de orden 4, usando los mismos valores de a y b , las mismas condiciones iniciales y el mismo paso que en el inciso a).

d) ¿Cuál de los órdenes de Runge-Kutta se considera más conveniente y por qué?

e) ¿Qué otro método numérico, distinto al principio de los RK, puede ser aplicado para resolver ecuaciones diferenciales?

3) a) Dada la siguiente tabla de valores (x,y)

x	1	3	4	5
y	13.2000	136.2000	293.7000	543.2000

Obtener las diferencias divididas de Newton y con ellas obtener los polinomios de Newton considerando:

- i) los puntos correspondientes a $x=3$ y $x=4$
- ii) todos los puntos
- iii) todos los puntos más el punto $(0.5, 7.1375)$

b) Calcule el polinomio interpolador de Lagrange que pasa por los puntos ii). ¿En qué se diferencia este polinomio con el obtenido en a) ii)? ¿Puede determinar el error en los puntos dados y en puntos intermedios?

c) Obtenga un polinomio cúbico con los puntos de a) ii) por mínimos cuadrados. ¿En qué se diferencia con el polinomio obtenido en a) ii)? ¿Puede determinar el error en los puntos dados y en puntos intermedios?

d) Enuncie las propiedades que debe cumplir un trazador cúbico Spline. ¿Qué ventajas y desventajas tiene este trazador con respecto a los polinomios interpolantes?